

Lösung der Hausaufgabe

Damit beide Symmetrieeigenschaften vorliegen, muss beispielsweise für $x = 1$ gelten:

$$f(-1) = f(1) \quad \text{und} \quad f(-1) = -f(1)$$

$$\Rightarrow f(1) = -f(1)$$

Die einzige Zahl, die gleich ihrer Gegenzahl ist, ist 0.

$$\Rightarrow f(1) = 0$$

Diese Überlegung trifft nicht nur für $x = 1$, sondern für jedes $x \in \mathbb{R}$ zu. Also ist notwendigerweise $f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

a) Somit ist 0 der Funktionsterm.

b) Obiges ist für alle Funktionen zutreffend, die die geforderten Symmetrieeigenschaften haben. Da obige Herleitung zu einem eindeutigen Funktionsterm führt, kann es nur diese eine Funktion geben.