

Elementare Beispielaufgaben zur Stammfunktion zu $\frac{1}{x}$

EBA 61 Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen: $a(x) = x^2 \cdot \ln x$, $b(x) = \ln(x^3)$, $c(x) = \ln \sqrt{x}$ und $d(a) = a^2 x^3 \cdot \ln(a \cdot x)$ für $x \in \mathbb{R}^+$.

EBA 62 Entscheiden Sie, ob folgende Rechenregeln für alle $a, b, c, x \in \mathbb{R}^+$ und $m \in \mathbb{Q}$ gültig sind. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Entscheidungen:

- a) $\ln(x^m) = m \ln x$
- b) $\ln(x) = -\ln(-x)$
- c) $\ln(a \cdot b \cdot c) = \ln a + \ln b + \ln c$
- d) $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$

EBA 63 Lösen Sie die Gleichungen:

- a) $\ln(2x) = 3$
- b) $e^{(x^2)} = 4$

EBA 64 Entscheiden Sie, ob folgende Rechenregeln für alle $a, b, c, x \in \mathbb{R}$ gültig sind. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Entscheidungen:

- a) $e^a + e^b = e^{a \cdot b}$
- c) $(e^x)^2 = e^{2x}$
- b) $e^{-x} = 1 : e^x$
- d) $\ln e^x = x$

EBA 65 Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen: $a(x) = e^x - e^{-x}$, $b(x) = e^{(x^2)} \cdot \sin(x^2)$, $c(x) = e^{x \cdot \ln 2}$ und $d(x) = e^{(e^x)}$.

EBA 66 Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen: $a(x) = 3^x$, $b(x) = 2^{(3x^4)}$ und $c(x) = x^x$.

EBA 67 Berechnen Sie zu (a) $x - \ln x$, (b) $e^x - x^e$, (c) $\frac{-3 \ln x}{\sqrt{x}}$, (d) $e^x : x^9 - 7$, (e) $\ln(4x) - 7x^3$, (f) $e^x - e^{-x}$ und (g) x^x je die Grenzwerte für $x \rightarrow \pm\infty$ (soweit sie existieren).

EBA 68 Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $a(x) = \ln x$, $b(x) = e^{x-3}$ und $c(x) = x + e^{-x}$.